



# CAPÍTULO X

## CÁLCULOS RELATIVOS A LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS

### Artículo 41.º Estado Límite de Equilibrio

Habrá que comprobar que, bajo la hipótesis de carga más desfavorable, no se sobrepasan los límites de equilibrio (vuelco, deslizamiento, etc.), aplicando los métodos de la Mecánica Racional y teniendo en cuenta las condiciones reales de las sustentaciones.

$$E_{d,estab} \geq E_{d,desestab}$$

donde:

$E_{d,estab}$  Valor de cálculo de los efectos de las acciones estabilizadoras.

$E_{d,desestab}$  Valor de cálculo de los efectos de las acciones desestabilizadoras.

### Artículo 42.º Estado Límite de Agotamiento frente a sollicitaciones normales

#### 42.1. Principios generales de cálculo

##### 42.1.1. Definición de la sección

###### 42.1.1.1 Dimensiones de la sección

Para la obtención de la capacidad resistente de una sección, ésta se considerará con sus dimensiones reales en la fase de construcción -o de servicio- analizada, excepto en piezas de sección en T, I o similares, para las que se tendrán en cuenta las anchuras eficaces indicadas en 18.2.1.

###### 42.1.1.2. Sección resistente

A efectos de cálculos correspondientes a los Estados Límite de Agotamiento frente a sollicitaciones normales, la sección resistente de hormigón se obtiene de las dimensiones de la pieza y cumpliendo con los criterios de 40.3.5.

##### 42.1.2. Hipótesis básicas

El cálculo de la capacidad resistente última de las secciones se efectuará a partir de las hipótesis generales siguientes:

- El agotamiento se caracteriza por el valor de la deformación en determinadas fibras de la sección, definidas por los dominios de deformación de agotamiento detallados en 42.1.3.
- Las deformaciones del hormigón siguen una ley plana. Esta hipótesis es válida para piezas en las que la relación entre la distancia entre puntos de momento

- nulo y el canto total, es superior a 2.
- c) Las deformaciones  $\varepsilon_s$  de las armaduras pasivas se mantienen iguales a las del hormigón que las envuelve.  
 Las deformaciones totales de las armaduras activas adherentes deben considerar, además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en el plano de deformación de agotamiento ( $\varepsilon_0$ ), la deformación producida por el pretensado y la deformación de descompresión (figura 42.1.2) según se define a continuación:

$$\Delta \varepsilon_p = \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{p0}$$

donde:

$\varepsilon_{cp}$  Deformación de descompresión del hormigón al nivel de la fibra de armadura considerada.

$\varepsilon_{p0}$  Predeformación de la armadura activa debida a la acción del pretensado en la fase considerada, teniendo en cuenta las pérdidas que se hayan producido.

- d) El diagrama de cálculo tensión-deformación del hormigón es alguno de los que se definen en 39.5. No se considerará la resistencia del hormigón a tracción. El diagrama de cálculo tensión-deformación del acero de las armaduras pasivas es el que se define en 38.4. El diagrama de cálculo tensión-deformación del acero de las armaduras activas es el que se define en 38.7.
- e) Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos. De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.

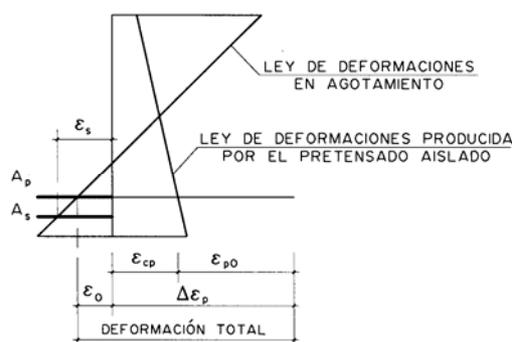


Figura 42.1.2

### 42.1.3. Dominios de deformación

Las deformaciones límite de las secciones, según la naturaleza de la sollicitación, conducen a admitir los siguientes dominios (figura 42.1.3):

- Dominio 1: Tracción simple o compuesta en donde toda la sección está en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto A correspondiente

- a un alargamiento de la armadura más traccionada del 10 por 1000.
- Dominio 2: Flexión simple o compuesta en donde el hormigón no alcanza la deformación de rotura por flexión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto A.
- Dominio 3: Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B correspondiente a la deformación de rotura por flexión del hormigón  $\epsilon_{cu}$  definida en el apartado 39.5. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre 0,01 y  $\epsilon_y$ , siendo  $\epsilon_y$  el alargamiento correspondiente al límite elástico del acero.
- Dominio 4: Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre  $\epsilon_y$  y 0.
- Dominio 4a: Flexión compuesta en donde todas las armaduras están comprimidas y existe una pequeña zona de hormigón en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto B.
- Dominio 5: Compresión simple o compuesta en donde ambos materiales trabajan a compresión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto C definido por la recta correspondiente a la deformación de rotura del hormigón por compresión,  $\epsilon_{c0}$  definido en el apartado 39.5.

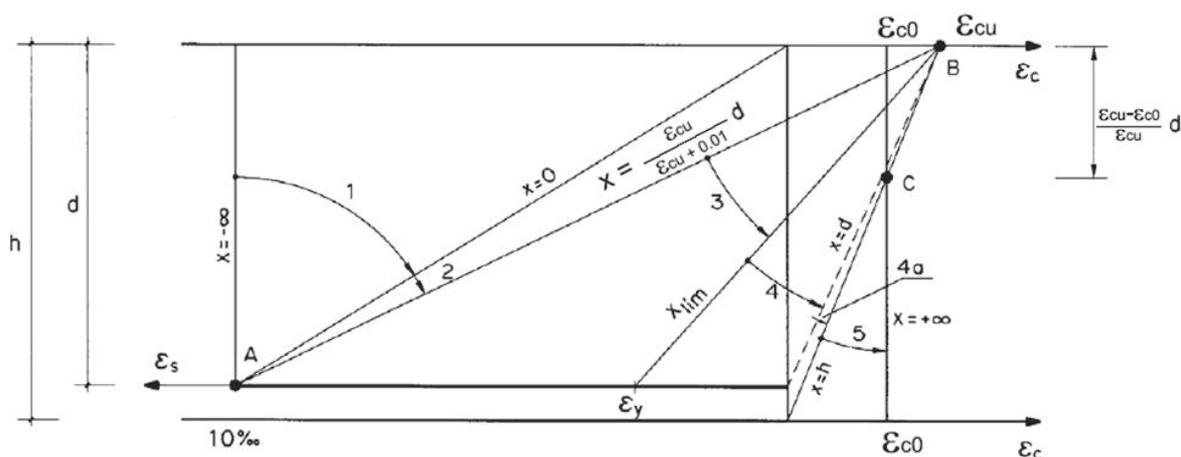


Figura 42.1.3

#### 42.1.4. Dimensionamiento o comprobación de secciones

A partir de las hipótesis básicas definidas en 42.1.2, es posible plantear las ecuaciones de equilibrio de la sección, que constituyen un sistema de ecuaciones no lineales.

En el caso de dimensionamiento, se conocen la forma y dimensiones de la sección de hormigón, la posición de la armadura, las características de los materiales y los esfuerzos de cálculo y son incógnitas el plano de deformación de agotamiento y la cuantía de armadura.

En el caso de comprobación, se conocen la forma y dimensiones de la sección de hormigón, la posición y cuantía de la armadura y las características de los materiales y son



incógnitas el plano de deformación de agotamiento y los esfuerzos resistentes de la sección.

## **42.2. Casos particulares**

### **42.2.1. Excentricidad mínima**

En soportes y elementos de función análoga, toda sección sometida a una sollicitación normal exterior de compresión  $N_d$  debe ser capaz de resistir dicha compresión con una excentricidad mínima, debida a la incertidumbre en la posición del punto de aplicación del esfuerzo normal, igual al mayor de los valores:

$$h/20 \text{ y } 2 \text{ cm}$$

Dicha excentricidad debe ser contada a partir del centro de gravedad de la sección bruta y en la dirección más desfavorable de las direcciones principales y sólo en una de ellas.

### **42.2.2. Efecto de confinamiento del hormigón**

El hormigón confinado en compresión mejora sus condiciones de resistencia y ductilidad, aspecto este último muy importante para garantizar un comportamiento estructural que permita aprovechar, de forma óptima, toda la capacidad resistente adicional de un elemento hiperestático.

El confinamiento de la zona comprimida de hormigón puede conseguirse con una adecuada cuantía de armadura transversal, convenientemente dispuesta y anclada, de acuerdo con lo establecido en el punto 40.3.4.

### **42.2.3. Armaduras activas no adherentes**

El incremento de tensión en las armaduras activas no adherentes depende del incremento de longitud del tendón entre los anclajes que, a su vez, depende de la deformación global de la estructura en Estado Límite Último.

## **42.3. Disposiciones relativas a las armaduras**

### **42.3.1. Generalidades**

Si existen armaduras pasivas en compresión, para poder tenerlas en cuenta en el cálculo será preciso que vayan sujetas por cercos o estribos, cuya separación  $s_t$  y diámetro  $\phi_t$  sean:

$$s_t \leq 15 \phi_{\min} \text{ (} \phi_{\min} \text{ diámetro de la barra comprimida más delgada)}$$

$$\phi_t \geq 1/4 \phi_{\max} \text{ (} \phi_{\max} \text{ diámetro de la armadura comprimida más gruesa)}$$

Para piezas comprimidas, en cualquier caso,  $s_t$  debe ser inferior que la dimensión menor del elemento y no mayor que 30 cm.

La armadura pasiva longitudinal resistente, o la de piel, habrá de quedar distribuida convenientemente para evitar que queden zonas de hormigón sin armaduras, de forma que la distancia entre dos barras longitudinales consecutivas ( $s$ ) cumpla las siguientes limitaciones:

- $s \leq 30$  cm.
- $s \leq$  tres veces el espesor bruto de la parte de la sección del elemento, alma o alas, en las que vayan situadas.

En zonas de solapo o de doblado de las barras puede ser necesario aumentar la armadura transversal.

### **42.3.2. Flexión simple o compuesta**

En todos aquellos casos en los que el agotamiento de una sección se produzca por flexión simple o compuesta, la armadura resistente longitudinal traccionada deberá cumplir la siguiente limitación:

$$A_p f_{pd} \frac{d_p}{d_s} + A_s f_{yd} \geq \frac{W_1}{z} f_{ct,m,fl} + \frac{P}{z} \left( \frac{W_1}{A} + e \right)$$

donde:

- $A_p$  Área de la armadura activa adherente.
- $A_s$  Área de la armadura pasiva.
- $f_{pd}$  Resistencia de cálculo del acero de la armadura activa adherente en tracción.
- $f_{yd}$  Resistencia de cálculo del acero de la armadura pasiva en tracción.
- $f_{ct,m,fl}$  Resistencia media a flexotracción del hormigón.
- $W_1$  Módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada.
- $d_p$  Profundidad de la armadura activa desde la fibra más comprimida de la sección.
- $d_s$  Profundidad de la armadura pasiva desde la fibra más comprimida de la sección.
- $P$  Fuerza de pretensado descontadas las pérdidas instantáneas.
- $A$  Área de la sección bruta de hormigón.
- $e$  Excentricidad del pretensado respecto del centro de gravedad de la sección bruta.
- $z$  Brazo mecánico de la sección. A falta de cálculos más precisos puede adoptarse  $z = 0,8 h$ .

En caso de que solo exista armadura activa en la sección de cálculo, se considerará

$$\frac{d_p}{d_s} = 1 \text{ en la expresión anterior.}$$

Salvo en el caso de forjados unidireccionales con elementos prefabricados, deberá continuarse hasta los apoyos al menos un tercio de la armadura necesaria para resistir el máximo momento positivo, en el caso de apoyos extremos de vigas; y al menos un cuarto en los intermedios. Esta armadura se prolongará a partir del eje del apoyo en una magnitud igual a la correspondiente longitud neta de anclaje (punto 69.5.1).

En forjados de viguetas armadas, la armadura longitudinal inferior se compondrá, al

menos, de dos barras.

### 42.3.3. Compresión simple o compuesta

En las secciones sometidas a compresión simple o compuesta, las armaduras principales en compresión  $A'_{s1}$  y  $A'_{s2}$  (ver figura 42.3.3) deberán cumplir las limitaciones siguientes:

$$\begin{aligned} A'_{s1} f_{yc,d} &\geq 0,05 N_d & A'_{s1} f_{yc,d} &\leq 0,5 f_{cd} A_c \\ A'_{s2} f_{yc,d} &\geq 0,05 N_d & A'_{s2} f_{yc,d} &\leq 0,5 f_{cd} A_c \end{aligned}$$

donde:

- $f_{yc,d}$  Resistencia de cálculo del acero a compresión  $f_{yc,d} = f_{yd} \not\geq 400 \text{ N/mm}^2$ .
- $N_d$  Esfuerzo actuante normal mayorado de compresión.
- $f_{cd}$  Resistencia de cálculo del hormigón en compresión.
- $A_c$  Área de la sección total de hormigón.

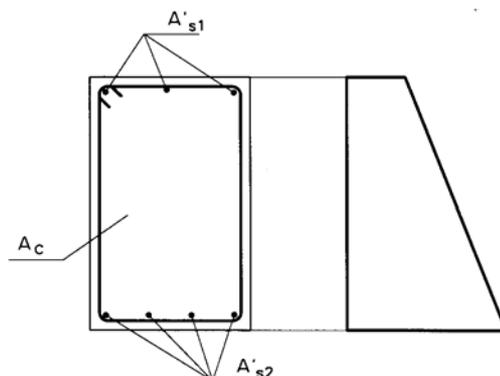


Figura 42.3.3

### 42.3.4. Tracción simple o compuesta

En el caso de secciones de hormigón sometidas a tracción simple o compuesta, provistas de dos armaduras principales, deberán cumplirse las siguientes limitaciones:

$$A_p f_{pd} + A_s f_{yd} \geq P + A_c f_{ct,m}$$

donde  $P$  es la fuerza de pretensado descontando las pérdidas instantáneas.

### 42.3.5. Cuantías geométricas mínimas

En la tabla 42.3.5 se indican los valores de las cuantías geométricas mínimas que, en cualquier caso, deben disponerse en los diferentes tipos de elementos estructurales, en función del acero utilizado, siempre que dichos valores resulten más exigentes que los señalados en 42.3.2, 42.3.3 y 42.3.4.



Tabla 42.3.5. Cuantías geométricas mínimas, en tanto por 1000, referidas a la sección total de hormigón <sup>(6)</sup>

Tipo de elemento estructural		Tipo de acero	
		Aceros con $f_y = 400\text{N/mm}^2$	Aceros con $f_y = 500\text{N/mm}^2$
Pilares		4,0	4,0
Losas <sup>(1)</sup>		2,0	1,8
Forjados unidireccionales	Nervios <sup>(2)</sup>	4,0	3,0
	Armadura de reparto perpendicular a los nervios <sup>(3)</sup>	1,4	1,1
	Armadura de reparto paralela a los nervios <sup>(3)</sup>	0,7	0,6
Vigas <sup>(4)</sup>		3,3	2,8
Muros <sup>(5)</sup>	Armadura horizontal	4,0	3,2
	Armadura vertical	1,2	0,9

- (1) Cuantía mínima de cada una de las armaduras, longitudinal y transversal repartida en las dos caras. Para losas de cimentación y zapatas armadas, se adoptará la mitad de estos valores en cada dirección dispuestos en la cara inferior.
- (2) Cuantía mínima referida a una sección rectangular de ancho  $b_w$  y canto  $e$  del forjado de acuerdo con la Figura 42.3.5. Esta cuantía se aplica estrictamente en los nervios y no en las zonas macizadas. Todas las viguetas deben tener en la cabeza inferior, al menos, dos armaduras activas o pasivas longitudinales simétricas respecto al plano medio vertical.
- (3) Cuantía mínima referida al espesor de la capa de compresión hormigonada in situ.
- (4) Cuantía mínima correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.
- (5) La cuantía mínima vertical es la correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.  
A partir de los 2,5 m de altura del fuste del muro y siempre que esta distancia no sea menor que la mitad de la altura del muro podrá reducirse la cuantía horizontal a un 2‰. En el caso en que se dispongan juntas verticales de contracción a distancias no superiores a 7,5 m, con la armadura horizontal interrumpida, las cuantías geométricas horizontales mínimas pueden reducirse al 2‰. La armadura mínima horizontal deberá repartirse en ambas caras. Para muros vistos por ambas caras debe disponerse el 50% en cada cara. En el caso de muros con espesores superiores a 50 cm, se considerará un área efectiva de espesor máximo 50 cm distribuidos en 25 cm a cada cara, ignorando la zona central que queda entre estas capas superficiales.
- (6) En el caso de elementos pretensados, la armadura activa podrá tenerse en cuenta en relación con el cumplimiento de las cuantías geométricas mínimas sólo en el caso de las armaduras pretensas que actúen antes de que se desarrolle cualquier tipo de deformación térmica o reológica.

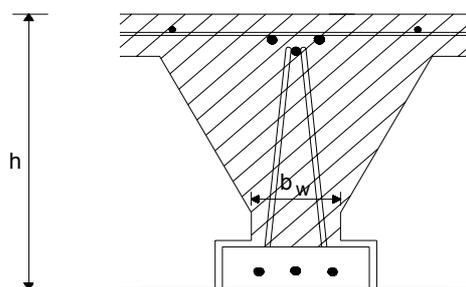


Figura 42.3.5 Detalle del nervio.

## Artículo 43.º Estado Límite de Inestabilidad

### 43.1. Generalidades

#### 43.1.1. Definiciones

A los efectos de aplicación de este Artículo 43º se denominan:

- *Estructuras intraslacionales* aquellas cuyos nudos, bajo solicitaciones de cálculo, presentan desplazamientos transversales cuyos efectos pueden ser despreciados desde el punto de vista de la estabilidad del conjunto.
- *Estructuras traslacionales* aquellas cuyos nudos, bajo solicitaciones de cálculo, presentan desplazamientos transversales cuyos efectos no pueden ser despreciados desde el punto de vista de la estabilidad del conjunto.
- *Soportes aislados*, los soportes isostáticos, o los de pórticos en los que puede suponerse que la posición de los puntos donde se anula el momento de segundo orden no varía con el valor de la carga.
- *Esbeltéz mecánica* de un soporte de sección constante, el cociente entre la longitud de pandeo  $l_o$  del soporte (distancia entre puntos de inflexión de la deformada) y el radio de giro  $i$  de la sección bruta de hormigón en la dirección considerada.
- *Esbeltéz geométrica* de un soporte de sección constante, el cociente entre la longitud de pandeo  $l_o$  del soporte y la dimensión ( $b$  ó  $h$ ) de la sección que es paralela al plano de pandeo.

Pueden considerarse como claramente intraslacionales las estructuras aporricadas provistas de muros o núcleos de contraviento, dispuestos de forma que aseguren la rigidez torsional de la estructura, que cumplan la condición:

$$N_d \leq k_1 \frac{n}{n+1,6} \frac{\sum EI}{h^2}$$

donde:

- $N_d$  Carga vertical de cálculo que llega a la cimentación con la estructura totalmente cargada.
- $n$  Número de plantas.
- $h$  Altura total de la estructura, desde la cara superior de cimientos.



- $\Sigma EI$  Suma de rigideces a flexión de los elementos de contraviento en la dirección considerada, tomando para el cálculo de  $I$ , la inercia de la sección bruta.
- $k_1$  Constante de valor 0,62. Esta constante se debe disminuir a 0,31 si los elementos de arriostramiento han fisurado en Estado Límite Último.

### 43.1.2. Campo de aplicación

Este artículo concierne a la comprobación de soportes aislados, estructuras aporticadas y estructuras reticulares en general, en los que los efectos de segundo orden no pueden ser despreciados.

La aplicación de este artículo está limitada a los casos en que pueden despreciarse los efectos de torsión.

Esta Instrucción no cubre los casos en que la esbeltez mecánica de los soportes es superior a 200.

En soportes aislados, los efectos de segundo orden pueden despreciarse si la esbeltez mecánica es inferior a una esbeltez límite asociada a una pérdida de capacidad portante del soporte del 10% respecto de un soporte no esbelto. La esbeltez límite inferior  $\lambda_{inf}$  puede aproximarse por la siguiente expresión:

$$\lambda_{inf} = 35 \sqrt{\frac{C}{\nu} \left[ 1 + \frac{0,24}{e_2/h} + 3,4 \left( \frac{e_1}{e_2} - 1 \right)^2 \right]} \geq 100$$

donde:

$\nu$  Axil adimensional o reducido de cálculo que solicita el soporte.

$$\nu = N_d / (A_c \cdot f_{cd})$$

$e_2$  Excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con mayor momento, considerada positiva.

$e_1$  Excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con menor momento, positiva si tiene el mismo signo que  $e_2$ .

En estructuras traslacionales se tomará  $e_1/e_2$  igual a 1,0.

$h$  Canto de la sección en el plano de flexión considerado.

$C$  Coeficiente que depende de la disposición de armaduras cuyos valores son:  
0,24 para armadura simétrica en dos caras opuestas en el plano de flexión.

0,20 para armadura igual en las cuatro caras.

0,16 para armadura simétrica en las caras laterales.

### 43.2 Método general

La comprobación general de una estructura, teniendo en cuenta las no linealidades geométrica y mecánica, puede realizarse de acuerdo con los principios generales indicados en 19.2. Con esta comprobación se justifica que la estructura, para las distintas combinaciones de acciones posibles, no presenta condiciones de inestabilidad global ni local, a nivel de sus elementos constitutivos, ni resulta sobrepasada la capacidad resistente de las distintas



secciones de dichos elementos.

Deben considerarse en el cálculo las incertidumbres asociadas a la predicción de los efectos de segundo orden y, en particular, los errores de dimensión e incertidumbres en la posición y línea de acción de las cargas axiales.

### 43.3. Comprobación de estructuras intraslacionales

En las estructuras intraslacionales, el cálculo global de esfuerzos podrá hacerse según la teoría de primer orden. A partir de los esfuerzos así obtenidos, se efectuará una comprobación de los efectos de segundo orden de cada soporte considerado aisladamente, de acuerdo con 43.5.

### 43.4. Comprobación de estructuras traslacionales

Las estructuras traslacionales serán objeto de una comprobación de estabilidad de acuerdo con las bases generales de 43.2.

Para las estructuras usuales de edificación de menos de 15 plantas, en las que el desplazamiento máximo en cabeza bajo cargas horizontales características, calculado mediante la teoría de primer orden y con las rigideces correspondientes a las secciones brutas, no supere 1/750 de la altura total, basta comprobar cada soporte aisladamente con los esfuerzos obtenidos aplicando la teoría de primer orden y con la longitud de pandeo de acuerdo con lo indicado a continuación.

$$\alpha = \sqrt{\frac{7,5 + 4(\psi_A + \psi_B) + 1,6\psi_A \cdot \psi_B}{7,5 + (\psi_A + \psi_B)}}$$

donde  $\psi$  representa la relación de rigideces  $\frac{\sum EI}{L}$  de los soportes a  $\frac{\sum EI}{L}$  de las vigas, en cada extremo A y B del soporte considerado. Como valor de  $I$  se tomará la inercia bruta de la sección, y

$\alpha$  es el factor de longitud de pandeo, que adopta, según los casos, los siguientes valores:

Soporte biempotrado	( $l_0 = 0,5 l$ )
Soporte biarticulado	( $l_0 = l$ )
Soporte articulado-empotrado	( $l_0 = 0,7 l$ )
Soporte en ménsula	( $l_0 = 2 l$ )
Soporte biempotrado con extremos desplazables	( $l_0 = l$ )

### 43.5. Comprobación de soportes aislados

Para soportes con esbeltez mecánica comprendida entre  $\lambda_{inf}$  y 100 puede aplicarse el método aproximado de 43.5.1 ó 43.5.2.

Para soportes con esbeltez mecánica comprendida entre 100 y 200 se aplicará el método general establecido en 43.2.



### 43.5.1. Método aproximado. Flexión compuesta recta

Para soportes de sección y armadura constante deberá dimensionarse la sección para una excentricidad total igual a la que se indica:

$$e_{tot} = e_e + e_a \geq e_2$$
$$e_a = (1 + 0,12\beta)(\varepsilon_y + 0,0035) \frac{h + 20 e_e}{h + 10 e_e} \frac{l_0^2}{50 i_c}$$

donde:

$e_a$  Excentricidad ficticia utilizada para representar los efectos de segundo orden.

$e_e$  Excentricidad de cálculo de primer orden equivalente.

$e_e = 0,6 e_2 + 0,4 e_1 \geq 0,4 e_2$  para soportes intraslacionales;

$e_e = e_2$  para soportes traslacionales.

$e_1, e_2$  Excentricidades del axil en los extremos de la pieza definidas en 43.1.2.

$l_0$  Longitud de pandeo.

$i_c$  Radio de giro de la sección de hormigón en la dirección considerada.

$h$  Canto total de la sección de hormigón.

$\varepsilon_y$  Deformación del acero para la tensión de cálculo  $f_{yd}$ , es decir,

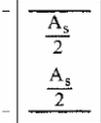
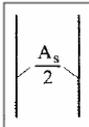
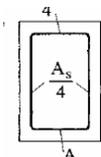
$$\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$\beta$  Factor de armado, dado por

$$\beta = \frac{(d - d')^2}{4 i_s^2}$$

siendo  $i_s$  el radio de giro de las armaduras. Los valores de  $\beta$  y de  $i_s$  se recogen en la tabla 43.5.1 para las disposiciones de armaduras más frecuentes.

Tabla 43.5.1

Disposición de armadura	$i_s^2$	$\beta$
	$\frac{1}{4}(d - d')^2$	1,0
	$\frac{1}{12}(d - d')^2$	3,0
	$\frac{1}{6}(d - d')^2$	1,5
	$\frac{1}{8}(d - d')^2$	2,0

### 43.5.2. Método aproximado. Flexión compuesta esviada

Para elementos de sección rectangular y armadura constante se podrá realizar una comprobación separada, según los dos planos principales de simetría, si la excentricidad del axil se sitúa en la zona rayada de la figura 43.5.2.a. Esta situación se produce si se cumple alguna de las dos condiciones indicadas en la figura 43.5.2.a, donde  $e_x$  y  $e_y$  son las excentricidades de cálculo en la dirección de los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Cuando no se cumplen las condiciones anteriores, se considera que el soporte se encuentra en buenas condiciones respecto al pandeo, si se cumple la siguiente condición:

$$\frac{M_{xd}}{M_{xu}} + \frac{M_{yd}}{M_{yu}} \leq 1$$

donde:

$M_{xd}$  Momento de cálculo, en la dirección  $x$ , en la sección crítica de comprobación, considerando los efectos de segundo orden.

$M_{yd}$  Momento de cálculo, en la dirección  $y$ , en la sección crítica de comprobación, considerando los efectos de segundo orden.

$M_{xu}$  Momento máximo, en la dirección  $x$ , resistido por la sección crítica.

$M_{yu}$  Momento máximo, en la dirección  $y$ , resistido por la sección crítica.

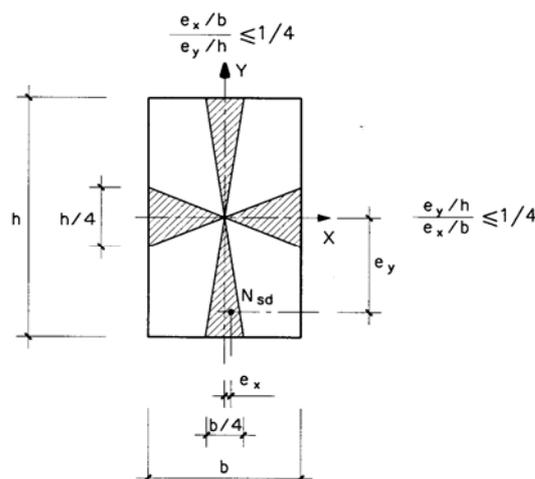


Figura 43.5.2.a

## Artículo 44.º Estado Límite de Agotamiento frente a cortante

### 44.1. Consideraciones generales

Para el análisis de la capacidad resistente de las estructuras de hormigón frente a esfuerzos cortantes, se establece como método general de cálculo el de Bielas y Tirantes (Artículos 24º y 40º), que deberá utilizarse en todos aquellos elementos estructurales o partes de los mismos que, presentando estados planos de tensión o asimilables a tales, estén sometidos a sollicitaciones tangentes según un plano conocido y no correspondan a los casos particulares tratados de forma explícita en esta Instrucción, tales como elementos lineales, placas, losas y forjados unidireccionales o asimilables (44.2).

### 44.2. Resistencia a esfuerzo cortante de elementos lineales, placas, losas y forjados unidireccionales o asimilables

Las prescripciones incluidas en los diferentes subapartados son de aplicación exclusivamente a elementos lineales sometidos a esfuerzos combinados de flexión, cortante y axil (compresión o tracción) y a placas, losas o forjados trabajando fundamentalmente en una dirección.

A los efectos de este artículo se consideran elementos lineales aquellos cuya distancia entre puntos de momento nulo es igual o superior a dos veces su canto total y cuya anchura es igual o inferior a cinco veces dicho canto, pudiendo ser su directriz recta o curva. Se denominan placas o losas a los elementos superficiales planos, de sección llena o aligerada, cargados normalmente a su plano medio.

#### 44.2.1. Definición de la sección de cálculo

Para los cálculos correspondientes al Estado Límite de Agotamiento por esfuerzo cortante, las secciones se considerarán con sus dimensiones reales en la fase analizada. Excepto en los casos en que se indique lo contrario, la sección resistente del hormigón se

obtiene a partir de las dimensiones reales de la pieza, cumpliendo los criterios indicados en 40.3.5.

Si en la sección considerada la anchura del alma no es constante, se adoptará como  $b_0$  el menor ancho que presente la sección en una altura igual a los tres cuartos del canto útil contados a partir de la armadura de tracción (figura 44.2.1.a).

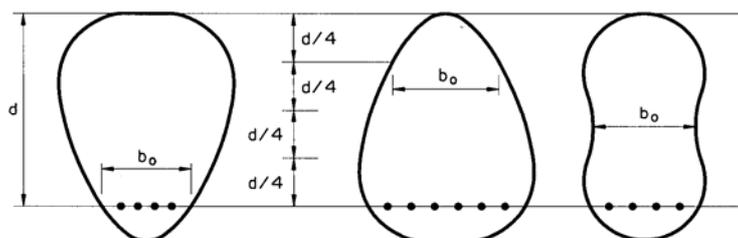


Figura 44.2.1.a

#### 44.2.2. Esfuerzo cortante efectivo

Las comprobaciones relativas al Estado Límite de Agotamiento por esfuerzo cortante pueden llevarse a cabo a partir del esfuerzo cortante efectivo  $V_{rd}$  dado por la siguiente expresión:

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd}$$

donde:

- $V_d$  Valor de cálculo del esfuerzo cortante producido por las acciones exteriores.
- $V_{pd}$  Valor de cálculo de la componente de la fuerza de pretensado paralela a la sección en estudio.
- $V_{cd}$  Valor de cálculo de la componente paralela a la sección de la resultante de tensiones normales, tanto de compresión como de tracción en la armadura pasiva, sobre las fibras longitudinales de hormigón, en piezas de sección variable.

#### 44.2.3. Comprobaciones que hay que realizar

El Estado Límite de Agotamiento por esfuerzo cortante se puede alcanzar, ya sea por agotarse la resistencia a compresión del alma, o por agotarse su resistencia a tracción. En consecuencia, es necesario comprobar que se cumple simultáneamente:

$$V_{rd} \leq V_{u1}$$

$$V_{rd} \leq V_{u2}$$

donde:

- $V_{rd}$  Esfuerzo cortante efectivo de cálculo definido en 44.2.2.
- $V_{u1}$  Esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma.
- $V_{u2}$  Esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma.

La comprobación del agotamiento por compresión oblicua en el alma  $V_{rd} \leq V_{u1}$  se realizará en el borde del apoyo y no en su eje.

En piezas sin armadura de cortante no resulta necesaria la comprobación de

agotamiento por compresión oblicua en el alma.

La comprobación correspondiente al agotamiento por tracción en el alma  $V_{rd} \leq V_{u2}$  se efectúa para una sección situada a una distancia de un canto útil del borde del apoyo, excepto en el caso de piezas sin armaduras de cortante en regiones no fisuradas a flexión, para las que se seguirá lo indicado en 44.2.3.2.1.1

#### 44.2.3.1. Obtención de $V_{u1}$

El esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua del alma se deduce de la siguiente expresión:

$$V_{u1} = K f_{1cd} b_0 d \frac{\cotg \theta + \cotg \alpha}{1 + \cotg^2 \theta}$$

donde:

$f_{1cd}$  Resistencia a compresión del hormigón.

$$f_{1cd} = 0,60 f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{1cd} = (0,90 - f_{ck}/200) f_{cd} \geq 0,50 f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$$

$b_0$  Anchura neta mínima del elemento, definida de acuerdo con 40.3.5.

$K$  Coeficiente que depende del esfuerzo axial.

$K = 1,00$  para estructuras sin pretensado o sin esfuerzo axial de compresión

$K = 1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}}$  para  $0 < \sigma'_{cd} \leq 0,25 f_{cd}$

$K = 1,25$  para  $0,25 f_{cd} < \sigma'_{cd} \leq 0,50 f_{cd}$

$K = 2,5 \left( 1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \right)$  para  $0,50 f_{cd} < \sigma'_{cd} \leq 1,00 f_{cd}$

donde:

$\sigma'_{cd}$  Tensión axial efectiva en el hormigón (compresión positiva) que, en pilares, debe calcularse teniendo en cuenta la compresión absorbida por la armaduras comprimidas.

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d - A_s f_{yd}}{A_c}$$

$N_d$  Esfuerzo axial de cálculo (compresión positiva) incluyendo el pretensado con su valor de cálculo.

$A_c$  Área total de la sección de hormigón.

$A_s$  Área total de armadura comprimida. En compresión compuesta puede suponerse que toda la armadura está sometida a la tensión  $f_{yd}$ .

$f_{yd}$  Resistencia de cálculo de la armadura  $A_s$  (apartado 40.2).

- Para armaduras pasivas:  $f_{yd} = \sigma_{sd}$

- Para armaduras activas:  $f_{yd} = \sigma_{pd}$

$\alpha$  Ángulo de las armaduras con el eje de la pieza (figura 44.2.3.1).

$\theta$  Ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza (figura 44.2.3.1).

Se adoptará un valor que cumpla:

$$0,5 \leq \cotg \theta \leq 2,0$$

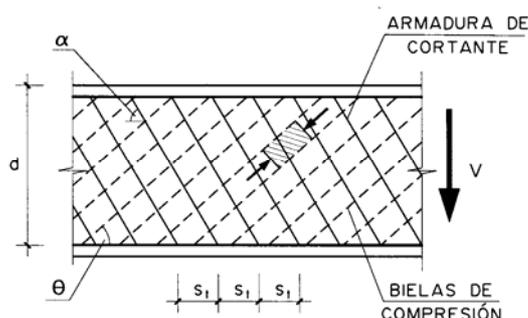


Figura 44.2.3.1

#### 44.2.3.2. Obtención de $V_{u2}$

##### 44.2.3.2.1. Piezas sin armadura de cortante

##### 44.2.3.2.1.1. Piezas sin armadura de cortante en regiones no fisuradas ( $M_d \leq M_{fis,d}$ )

En piezas con zonas no fisuradas y con el alma comprimida, la resistencia a cortante debe limitarse según la resistencia a tracción del hormigón, y vale:

$$V_{u2} = \frac{I \cdot b_0}{S} \sqrt{(f_{ct,d})^2 + \alpha_1 \sigma'_{cd} f_{ct,d}}$$

donde:

- $M_d$  Momento de cálculo de la sección.
- $M_{fis,d}$  Momento de fisuración de la sección calculado con  $f_{ct,d} = f_{ct,k} / \gamma_c$ .
- $I$  Momento de inercia de la sección transversal.
- $b_0$  Ancho del alma según punto 44.2.1.
- $S$  Momento estático de la sección transversal.
- $f_{ct,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón.
- $\sigma'_{cd}$  Tensión media de compresión en el hormigón debido a la fuerza de pretensado.
- $\alpha_1$  =  $l_x / (1,2 \cdot l_{bpt}) \leq 1$  para tendones pretensados.  
= 1 para otros tipos de pretensado anclados por adherencia.
- $l_x$  Distancia, en mm, de la sección considerada al inicio de la longitud de transferencia.
- $l_{bpt}$  Longitud de transferencia de la armadura activa de pretensado, en mm, que puede tomarse según punto 70.2.3.

$$l_{bpt} = \phi \sigma_p / 21$$

donde:



- $\sigma_p$  Tensión de pretensado, después de las pérdidas, en N/mm<sup>2</sup>
- $\phi$  Diámetro de la armadura activa, en mm.

Esta comprobación se realizará en una sección situada a una distancia del borde del apoyo que se corresponde con la intersección del eje longitudinal de pasa por el centro de gravedad de la sección con una línea a 45° que parte del borde del apoyo.

En piezas compuestas por elementos prefabricados y hormigón vertido in situ, para determinar si la sección está fisurada o no a flexión (cálculo de  $M_d$  y  $M_{fis,d}$ ) se deberá tener en cuenta las diferentes fases constructivas, considerando en cada una de ellas las cargas actuantes, las secciones resistentes y superponiendo las tensiones correspondientes a cada fase.

En forjados unidireccionales compuestos por vigueta prefabricada pretensada y hormigón in situ formando el resto del nervio y la cabeza de compresión, el alma no está comprimida por el pretensado de la vigueta, o en todo caso la compresión es muy reducida y se transmite en el tiempo por fluencia. Por ello, el cortante último resistido será el mayor de los obtenidos mediante el presente artículo, considerando la vigueta pretensada sola, o aplicando la comprobación a cortante según el punto 44.2.3.2.1.2.

#### **44.2.3.2.1.2 Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión ( $M_d > M_{fis,d}$ )**

El esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma para piezas de hormigón convencional y de alta resistencia vale:

$$V_{u2} = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_1 f_{cv})^{1/3} + 0,15 \sigma'_{cd} \right] b_0 d$$

con un valor mínimo de:

$$V_{u2} = \left[ \frac{0,075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0,15 \sigma'_{cd} \right] b_0 d$$

donde:

$f_{cv}$  Resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm<sup>2</sup> de valor  $f_{cv} = f_{ck}$  con  $f_{cv}$  no mayor que 15 N/mm<sup>2</sup> en el caso de control indirecto de la resistencia del hormigón, siendo  $f_{ck}$  la resistencia a compresión del hormigón, que a efecto de este apartado no se considerará superior a 60 N/mm<sup>2</sup>.

$$\xi = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \leq 2,0 \quad \text{con } d \text{ en mm.}$$

$d$  Canto útil de la sección referido a la armadura longitudinal de flexión siempre que ésta sea capaz de resistir el incremento de tracción producido por la interacción cortante-flexión (punto 44.2.3.4.2).

$\sigma'_{cd}$  Tensión axial media en el alma de la sección (compresión positiva).

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} < 0,30 f_{cd} \nlessgtr 12\text{MPa}$$

- $N_d$  Axil de cálculo incluyendo la fuerza de pretensado existente en la sección en estudio. En el caso de piezas con armaduras pretesas se podrá considerar una variación lineal de la fuerza de pretensado desde el extremo de la pieza hasta una distancia igual a 1,2 veces la longitud de transferencia,  $l_{bpt}$  (ver 44.2.3.2.1.1). En apoyos interiores de estructuras continuas con armadura activa pasante, no se considerará la contribución del axil de pretensado en el cálculo de  $N_d$ .
- $\rho_l$  Cuantía geométrica de la armadura longitudinal principal de tracción, pasiva y activa adherente, anclada a una distancia igual o mayor que  $d$  a partir de la sección de estudio

$$\rho_l = \frac{A_s + A_p}{b_0 d} \leq 0,02$$

En el caso de forjados con vigueta pretensada prefabricada, el cortante de agotamiento por tracción en el alma será el menor de los valores obtenidos considerando por una parte el ancho mínimo del nervio pretensado y por otra el menor ancho del hormigón vertido en obra por encima de la vigueta, teniendo en cuenta que el cortante  $V_{u2}$  resistido deberá ser mayor que el valor mínimo establecido en este artículo.

En el primer caso, se considerará como valor de cálculo de la resistencia a compresión del hormigón el correspondiente a la vigueta pretensada, como tensión  $\sigma'_{cd}$  la referida al área de la vigueta y como cuantía geométrica de armadura la referida a una sección de referencia de ancho  $b_0$ , y canto  $d$ , siendo  $b_0$  el ancho mínimo del nervio y  $d$  el canto útil del forjado.

En el segundo caso se considerará como resistencia a compresión del hormigón la del hormigón vertido in situ, se considerará nula la tensión  $\sigma'_{cd}$  y la cuantía geométrica de armadura se referirá a una sección de ancho  $b_0$  y canto  $d$ , siendo  $b_0$  el ancho mínimo del nervio en la zona del hormigón vertido in situ por encima de la vigueta.

En los forjados unidireccionales con armadura básica en celosía, puede considerarse la colaboración de la celosía (de acuerdo con el punto 44.2.3.2.2.) para la comprobación a esfuerzo cortante tomando como ancho del nervio el menor por debajo de la fibra correspondiente a una profundidad mayor o igual que 20 mm por debajo del redondo superior de la celosía. Asimismo deberá comprobarse el nervio sin la colaboración de la celosía con el menor ancho del nervio, entre 20 mm por debajo del redondo superior de la celosía y la cara superior del forjado (Figura 44.2.1.b).

#### 44.2.3.2.2. Piezas con armadura de cortante

El esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma vale:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

donde:

$V_{su}$  Contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante.

$$V_{su} = z \operatorname{sen} \alpha ( \cotg \alpha + \cotg \theta ) \Sigma A_{\alpha} f_{y\alpha,d}$$

donde:

- $A_\alpha$  Área por unidad de longitud de cada grupo de armaduras que forman un ángulo  $\alpha$  con la directriz de la pieza (figura 44.2.3.1)
- $f_{y\alpha,d}$  Resistencia de cálculo de la armadura  $A_\alpha$  (apartado 40.2).
- Para armaduras pasivas:  $f_{yd} = \sigma_{sd}$
  - Para armaduras activas:  $f_{pyd} = \sigma_{pd}$
- $\theta$  Ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza (figura 44.2.3.1). Se adoptará el mismo valor que para la comprobación del cortante de agotamiento por compresión oblicua del alma (punto 44.2.3.1). Debe cumplir:

$$0,5 \leq \cotg \theta \leq 2,0$$

- $\alpha$  Ángulo de las armaduras con el eje de la pieza (figura 44.2.3.1).
- $z$  Brazo mecánico. En flexión simple, y a falta de cálculos más precisos, puede adoptarse el valor aproximado  $z = 0,9 d$ . En el caso de secciones circulares solicitadas a flexión,  $d$  puede considerarse igual a  $0,8 \cdot h$ . En caso de flexocompresión,  $z$  puede aproximarse como:

$$z = \frac{M_d + N_d z_0 - U'_s (d - d')}{N_d + U_s - U'_s} \left\{ \begin{array}{l} > 0 \\ \neq 0,9d' \end{array} \right.$$

donde:

- $z_0$  Distancia desde la armadura traccionada hasta el punto de aplicación del axil.
- $d, d'$  Distancia desde la fibra más comprimida de hormigón hasta el centro de gravedad de la armadura traccionada y comprimida, respectivamente.
- $U_s = A_s f_{yd}$  Capacidad mecánica de la armadura de tracción.
- $U'_s = A'_s f_{yd}$  Capacidad mecánica de la armadura de compresión.

Para flexotracción, puede adoptarse  $z = 0,9d$

En el caso de piezas armadas con cercos circulares, el valor de  $V_{su}$  se multiplicará por un factor 0,85 para tener en cuenta la pérdida de eficacia de la armadura de cortante, debido a la inclinación transversal de las ramas que la conforman.

- $V_{cu}$  Contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante,

$$V_{cu} = \left[ \frac{0,15}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l f_{cv})^{1/3} + 0,15 \alpha_l \sigma'_{cd} \right] \beta b_0 d$$

donde:

- $f_{cv}$  Resistencia efectiva del hormigón a cortante en  $N/mm^2$  de valor  $f_{cv} = f_{ck}$  con  $f_{cv}$  no mayor que  $15 N/mm^2$  en el caso de control reducido del hormigón
- $f_{ck}$  Resistencia a compresión del hormigón en  $N/mm^2$ . Se adoptaran valores de  $f_{ck}$  de hasta  $100 N/mm^2$ .

y donde:



$$\beta = \frac{2 \cotg \theta - 1}{2 \cotg \theta_e - 1} \quad \text{si } 0,5 \leq \cotg \theta < \cotg \theta_e$$

$$\beta = \frac{\cotg \theta - 2}{\cotg \theta_e - 2} \quad \text{si } \cotg \theta_e \leq \cotg \theta \leq 2,0$$

$\theta_e$  Ángulo de referencia de inclinación de las fisuras, para el cual puede adoptarse cualquiera de los dos valores siguientes:

a) Método simplificado.  $\theta_e$  es el ángulo correspondiente a la inclinación de las fisuras en el alma de la pieza en el momento de la fisuración, deducido de la expresión:

$$\cotg \theta_e = \frac{\sqrt{f_{ct,m}^2 - f_{ct,m}(\sigma_{xd} + \sigma_{yd}) + \sigma_{xd} \sigma_{yd}}}{f_{ct,m} - \sigma_{yd}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \geq 0,5 \\ \leq 2,0 \end{array} \right.$$

$f_{ct,m}$  Resistencia media a tracción del hormigón (apartado 39.1).  
 $\sigma_{xd} \sigma_{yd}$  Tensiones normales de cálculo, a nivel del centro de gravedad de la sección, paralelas a la directriz de la pieza y al esfuerzo cortante  $V_d$  respectivamente. Las tensiones  $\sigma_{xd}$  y  $\sigma_{yd}$  se obtendrán a partir de las acciones de cálculo, incluido el pretensado, de acuerdo con la Teoría de la Elasticidad y en el supuesto de hormigón no fisurado y considerando positivas las tensiones de tracción.

b) Método general. El ángulo  $\theta_e$ , en grados sexagesimales, puede obtenerse considerando la interacción con otros esfuerzos en Estado Límite Último cuyo valor en grados puede obtenerse por la expresión siguiente:

$$\theta_e = 29 + 7 \varepsilon_x$$

donde:

$\varepsilon_x$  Deformación longitudinal en el alma (figura 44.2.3.2.2), expresada en tanto por mil, y obtenida mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_x \approx \frac{\frac{M_d}{z} + V_{rd} - 0,5 N_d - A_p \sigma_{p0}}{2(E_s A_s + E_p A_p)} \cdot 1000 \neq 0$$

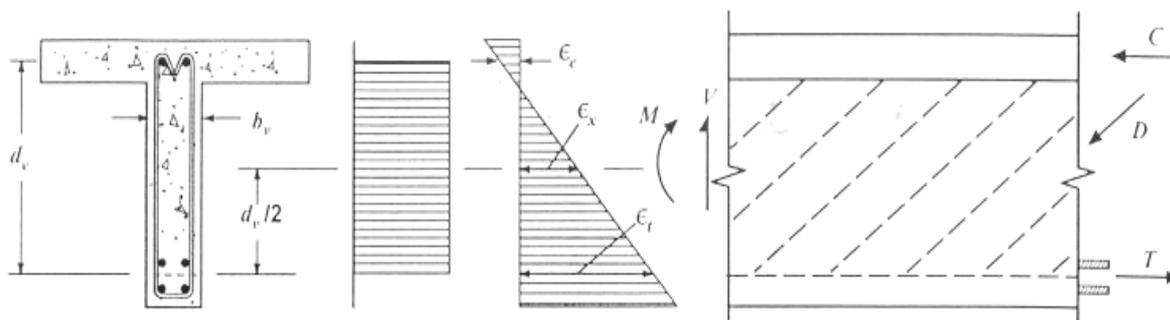


Figura 44.2.3.2

$\sigma_{p0}$  Tensión en los tendones de pretensado cuando la deformación del hormigón que la envuelve es igual a 0.

Para evaluar el valor de la deformación longitudinal del alma,  $\epsilon_x$ , deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- $V_{rd}$  y  $M_d$  deben ser tomados como positivos y  $M_d$  no se tomará menor que  $z \cdot V_{rd}$ .
- $N_d$  se considera positivo de compresión.
- Los valores de  $A_s$  y  $A_p$  son los de la armadura anclada en la sección de estudio. En caso contrario, se reducirá en proporción a su falta de longitud de anclaje.
- Si la tensión de tracción puede producir la fisuración de la cabeza comprimida, se doblará el valor de  $\epsilon_x$  obtenido en la ecuación.

#### 44.2.3.3. Casos especiales de carga

Cuando se somete una viga a una carga colgada, aplicada a un nivel tal que quede fuera de la cabeza de compresión de la viga, se dispondrán las oportunas armaduras transversales, armaduras de suspensión, convenientemente ancladas, para transferir el esfuerzo correspondiente a aquella cabeza de compresión.

Por otra parte, en las zonas extremas de las piezas pretensadas, y en especial en los casos de armaduras activas pretensas ancladas por adherencia, será necesario estudiar el efecto de la introducción progresiva de la fuerza de pretensado en la pieza, valorando esta fuerza en cada sección.

#### 44.2.3.4. Disposiciones relativas a las armaduras

##### 44.2.3.4.1. Armaduras transversales

La separación longitudinal  $s_t$  entre armaduras transversales (figura 44.2.3.1) deberá cumplir las condiciones siguientes para asegurar un adecuado confinamiento del hormigón sometido a compresión oblicua:

$$s_t \leq 0,75 d (1 + \cot \alpha) \leq 600 \text{ mm} \quad \text{si } V_{rd} \leq \frac{1}{5} V_{ul}$$

$$s_t \leq 0,60 d (1 + \cotg \alpha) \leq 450 \text{ mm} \quad \text{si } \frac{1}{5} V_{ul} < V_{rd} \leq \frac{2}{3} V_{ul}$$

$$s_t \leq 0,30 d (1 + \cotg \alpha) \leq 300 \text{ mm} \quad \text{si } V_{rd} > \frac{2}{3} V_{ul}$$

Para barras levantadas esta separación no superará nunca el valor  $0,60 d (1 + \cotg \alpha)$ .

La separación transversal  $s_{t,trans}$  entre ramas de armaduras transversales deberá cumplir la condición siguiente:

$$s_{t,trans} \leq d \leq 500 \text{ mm}$$

Si existe armadura de compresión y se tiene en cuenta en el cálculo, los cercos o estribos cumplirán, además, las prescripciones del Artículo 42º.

En general, los elementos lineales dispondrán de armadura transversal de forma efectiva.

En todos los casos, se prolongará la colocación de cercos o estribos en una longitud igual a medio canto de la pieza, más allá de la sección en la que teóricamente dejen de ser necesarios. En el caso de apoyos, los cercos o estribos se dispondrán hasta el borde de los mismos.

Las armaduras de cortante deben formar con el eje de la viga un ángulo comprendido entre  $45^\circ$  y  $90^\circ$ , inclinadas en el mismo sentido que la tensión principal de tracción producida por las cargas exteriores, al nivel del centro de gravedad de la sección de la viga supuesta no fisurada.

Las barras que constituyen la armadura transversal pueden ser activas o pasivas, pudiendo disponerse ambos tipos de forma aislada o en combinación.

La cuantía mínima de tales armaduras debe ser tal que se cumpla la relación:

$$\sum \frac{A_\alpha f_{y\alpha,d}}{\text{sen } \alpha} \geq \frac{f_{ct,m}}{7,5} b_0$$

Al menos un tercio de la armadura necesaria por cortante, y en todo caso la cuantía mínima indicada, se dispondrá en forma de estribos que formen un ángulo de  $90^\circ$  con el eje de la viga. No obstante, en forjados unidireccionales nervados de canto no superior a 40 cm, puede utilizarse armadura básica en celosía como armadura de cortante tanto si se utiliza una zapatilla prefabricada como si el nervio es totalmente hormigonado in situ.

#### **44.2.3.4.2. Armaduras longitudinales**

Las armaduras longitudinales de flexión deberán ser capaces de soportar un incremento de tracción respecto a la producida por  $M_d$ , igual a:

$$\Delta T = V_{rd} \cotg \theta - \frac{V_{su}}{2} (\cotg \theta + \cotg \alpha)$$

Esta prescripción se cumple de forma automática decalando la ley de momentos de cálculo  $M_d$  una magnitud igual a:

$$s_d = z \left( \cotg \theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_{rd}} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \right)$$

en el sentido más desfavorable (figura 44.2.3.4.2).

En el caso de no existir armadura de cortante, se tomará  $V_{su} = 0$  en las expresiones anteriores.

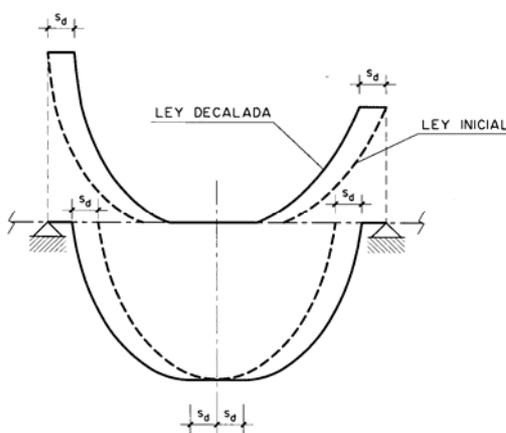


Figura 44.2.3.4.2

### 44.2.3.5 Rasante entre alas y alma de una viga

Para el cálculo de la armadura de unión entre alas y alma de las cabezas de vigas en T, en I, en cajón o similares, se empleará en general el método de Bielas y Tirantes (Artículo 40°).

Para la determinación del esfuerzo rasante puede suponerse una redistribución plástica en una zona de la viga de longitud  $a_r$  (figura 44.2.3.5.a).

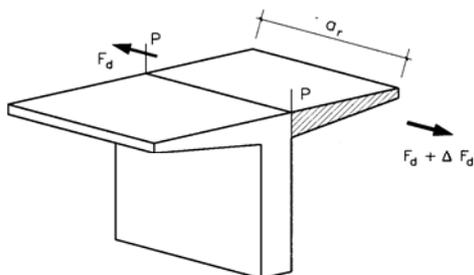


Figura 44.2.3.5.a



El esfuerzo rasante medio por unidad de longitud que debe ser resistido será:

$$S_d = \frac{\Delta F_d}{a_r}$$

donde:

- $a_r$  Longitud de redistribución plástica considerada. La ley de momentos en la longitud  $a_r$  debe presentar variación monótona creciente o decreciente. Al menos los puntos de cambio de signo de momento deben adoptarse siempre como límites de zona  $a_r$ .
- $\Delta F_d$  Variación en la distancia  $a_r$  de la fuerza longitudinal actuante en la sección del ala exterior al plano P.

En ausencia de cálculos más rigurosos deberá cumplirse:

$$S_d \leq S_{u1}$$

$$S_d \leq S_{u2}$$

donde:

- $S_{u1}$  Esfuerzo rasante de agotamiento por compresión oblicua en el plano P.

$$S_{u1} = 0,5 f_{1cd} h_0$$

donde:

- $f_{1cd}$  Resistencia a compresión del hormigón (punto 40.3.2), de valor:
- para alas comprimidas
 

$f_{1cd} = 0,60 f_{cd}$	para $f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$
$f_{1cd} = (0,90 - f_{ck}/200) f_{cd}$	para $f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$
  - para alas traccionadas
 

$f_{1cd} = 0,40 f_{cd}$	para alas traccionadas.
-------------------------	-------------------------
- $h_0$  Espesor del ala de acuerdo con 40.3.5.

- $S_{u2}$  Esfuerzo rasante de agotamiento por tracción en el plano P.

$$S_{u2} = S_{su}$$

donde:

- $S_{su}$  Contribución de la armadura perpendicular al plano P a la resistencia a esfuerzo rasante.

$$S_{su} = A_P f_{yP,d}$$

- $A_P$  Armadura por unidad de longitud perpendicular al plano P (figuras 44.2.3.5.b y c).
- $f_{yP,d}$  Resistencia de cálculo de la armadura  $A_P$ :
- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| $f_{yP,d} = \sigma_{sd}$ | para armaduras pasivas  |
| $f_{yP,d} = \sigma_{pd}$ | para armaduras activas. |

En el caso de rasante entre alas y alma combinado con flexión transversal, se

calcularán las armaduras necesarias por ambos conceptos y se dispondrá la suma de ambas, pudiéndose reducir la armadura de rasante, teniendo en cuenta la compresión debida a la flexión transversal. De forma simplificada, podrá disponerse la armadura de tracción debida a la flexión transversal, complementada por la armadura suficiente para cubrir la necesaria por esfuerzo rasante.

#### 44.2.3.6. Cortante vertical en las juntas entre placas alveolares

El esfuerzo cortante vertical por unidad de longitud en las juntas longitudinales en forjados compuestos por placas alveolares y hormigón vertido in situ,  $V_d$  (Figura 44.2.3.6), no será mayor que el esfuerzo cortante resistido  $V_u$  calculado como el menor de los valores siguientes:

$$V_u = 0,25(f_{bt,d} \cdot \sum h_f + f_{ct,d} \cdot h_t)$$

$$V_u = 0,15 f_{ct,d} (h + h_t)$$

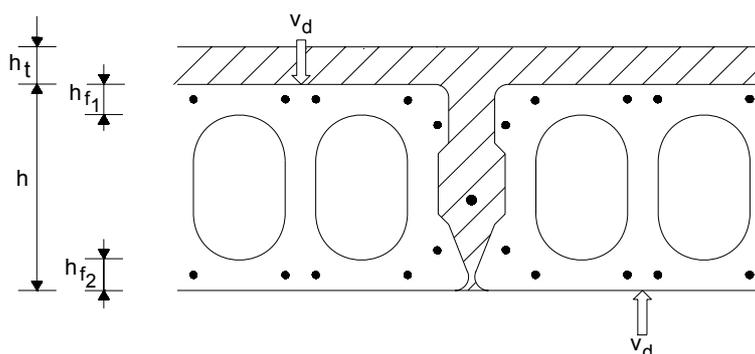


Figura 44.2.3.6 Esfuerzo cortante en las juntas de losas alveolares pretensadas

donde:

- $f_{bt,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón de la losa prefabricada.
- $f_{ct,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón vertido en obra.
- $\sum h_f$  Suma de los menores espesores del ala superior y del ala inferior de la losa prefabricada (figura 44.2.3.6).
- $h$  Altura neta de la junta.
- $h_t$  Espesor del hormigón de la losa superior hormigonada en obra.

#### 44.2.3.7. Punzonamiento en forjados unidireccionales

Si existen cargas concentradas importantes debe comprobarse la resistencia a punzonamiento del forjado.

Los forjados sometidos a cargas concentradas importantes, deberán disponer de losa superior hormigonada en obra y serán objeto de un estudio especial.

En las losas alveolares pretensadas sin losa superior hormigonada en obra, la carga puntual sobre la losa alveolar prefabricada no será mayor que:

$$V_d = b_w h (f_{ctd} + 0,3 \cdot \alpha \cdot \sigma_{cpm})$$

siendo:

$b_w$  Ancho efectivo, obtenido como suma de las almas afectadas de acuerdo con la figura 44.2.3.7.

$h$  Altura total de la losa.

$f_{ct,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón de la losa prefabricada.

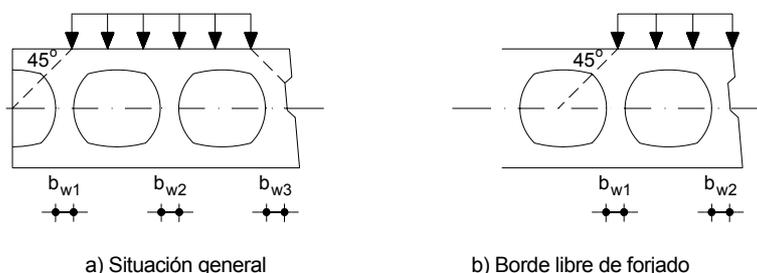
$\sigma_{cpm}$  Tensión media en el hormigón debida a la fuerza de pretensado.

$\alpha$  Coeficiente igual a  $[\chi / (1,2 \cdot l_{bpt})] \leq 1$

donde:

$x$  Distancia desde la sección al extremo.

$l_{bpt}$  Longitud de transferencia de la armadura activa de pretensado (punto 70.2.3).



a) Situación general

b) Borde libre de forjado

Figura 44.2.3.7. Ancho efectivo en losas alveolares pretensadas

Para cargas concentradas de las cuales más del 50 % esté actuando sobre un borde libre del forjado con un ancho de  $b_w$  (véase figura 44.2.3.7.b), la resistencia resultante de la fórmula es aplicable sólo si se disponen, al menos, un alambre o cordón en el alma exterior y un refuerzo pasivo transversal. Si no se cumple alguna de estas dos condiciones, la resistencia debe dividirse por el factor 2.

Como refuerzo pasivo transversal deben disponerse chapas o barras en la parte superior del elemento con una longitud de al menos 1,20 m, perfectamente ancladas y calculadas para resistir una fuerza de tracción igual al total de la carga concentrada.

Si sobre algún alveolo existiese una carga de ancho menor que la mitad del ancho del alveolo, se calculará un segundo valor de resistencia con la fórmula anterior, pero sustituyendo  $h$  por el menor espesor del ala superior y  $b_w$  por el ancho de la zona cargada. Para la comprobación debe tomarse el menor de los valores de resistencia anteriormente calculados.

## Artículo 45.º Estado Límite de Agotamiento por torsión en elementos lineales

### 45.1 Consideraciones generales

Las prescripciones incluidas en este artículo son de aplicación exclusivamente a elementos lineales sometidos a torsión pura o a esfuerzos combinados de torsión y flexión, cortante y axil.

A los efectos de este artículo se consideran elementos lineales aquellos cuya distancia entre puntos de momento nulo es igual o superior a dos veces y media su canto total y cuya anchura es igual o inferior a cuatro veces dicho canto, pudiendo ser su directriz recta o curva.

Los estados de flexión bidimensional ( $m_x$ ,  $m_y$  y  $m_{xy}$ ) en losas o placas se dimensionarán de acuerdo con el Artículo 42º, teniendo en cuenta las direcciones principales de los esfuerzos y las direcciones en que se disponga la armadura.

Cuando el equilibrio estático de una estructura dependa de la resistencia a torsión de uno o varios de los elementos de la misma, éstos deberán ser dimensionados y comprobados de acuerdo con el presente artículo. Cuando el equilibrio estático de la estructura no depende de la resistencia a torsión de uno o varios de los elementos de la misma sólo será necesario comprobar este Estado Límite en aquellos elementos cuya rigidez a torsión haya sido considerada en el cálculo de esfuerzos.

## 45.2. Torsión pura

### 45.2.1. Definición de la sección de cálculo

La resistencia a torsión de las secciones se calcula utilizando una sección cerrada de pared delgada. Así, las secciones macizas se sustituyen por secciones equivalentes de pared delgada. Las secciones de forma compleja, como secciones en T, se dividen en varias subsecciones, cada una de las cuales se modeliza como una sección equivalente de pared delgada y la resistencia total a torsión se calcula como la suma de las capacidades de las diferentes piezas. La división de la sección debe ser tal que maximice la rigidez calculada. En zonas cercanas a los apoyos no podrán considerarse como colaborantes a la rigidez a torsión de la sección aquellos elementos de la misma cuya transmisión de esfuerzos a los elementos de apoyo no pueda realizarse de forma directa.

El espesor eficaz  $h_e$  de la pared de la sección de cálculo (figura 45.2.1) será:

$$h_e \leq \frac{A}{u} \begin{cases} \leq h_o \\ \geq 2c \end{cases}$$

donde:

- A Área de la sección transversal inscrita en el perímetro exterior incluyendo las áreas huecas interiores.
- u Perímetro exterior de la sección transversal.
- $h_o$  Espesor real de la pared en caso de secciones huecas.
- c Recubrimiento de las armaduras longitudinales.

Puede utilizarse un valor de  $h_e$  inferior a  $A/u$ , siempre que cumpla con las condiciones mínimas expresadas y que permita satisfacer las exigencias de compresión del hormigón establecidas en 45.2.2.1.

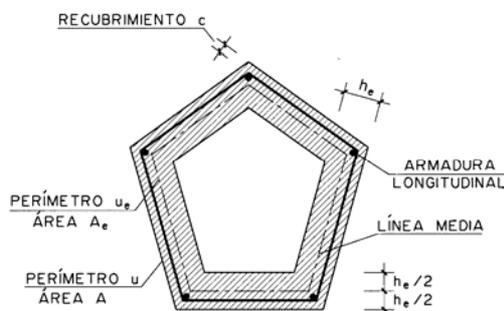


Figura 45.2.1

## 45.2.2. Comprobaciones que hay que realizar

El Estado Límite de Agotamiento por torsión puede alcanzarse, ya sea por agotarse la resistencia a compresión del hormigón o por agotarse la resistencia a tracción de las armaduras dispuestas. En consecuencia, es necesario comprobar que se cumple simultáneamente:

$$T_d \leq T_{u1}$$

$$T_d \leq T_{u2}$$

$$T_d \leq T_{u3}$$

donde:

$T_d$  Momento torsor de cálculo en la sección.

$T_{u1}$  Máximo momento torsor que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón.

$T_{u2}$  Máximo momento torsor que pueden resistir las armaduras transversales.

$T_{u3}$  Máximo momento torsor que pueden resistir las armaduras longitudinales.

Las armaduras de torsión se suponen constituidas por una armadura transversal formada por cercos cerrados situados en planos normales a la directriz de la pieza. La armadura longitudinal estará constituida por armadura pasiva o activa paralela a la directriz de la pieza, distribuida uniformemente con separaciones no superiores a 30 cm en el contorno exterior de la sección hueca eficaz o en una doble capa en el contorno exterior y en el interior de la sección hueca eficaz o real. Al menos se situará una barra longitudinal en cada esquina de la sección real para asegurar la transmisión a la armadura transversal de las fuerzas longitudinales ejercidas por las bielas de compresión.

### 45.2.2.1. Obtención de $T_{u1}$

El esfuerzo torsor de agotamiento que pueden resistir las bielas comprimidas se deduce de la siguiente expresión:

$$T_{u1} = 2K\alpha f_{1cd} A_e h_e \frac{\cotg \theta}{1 + \cotg^2 \theta}$$

donde:

$f_{1cd}$  Resistencia a compresión del hormigón.



$$f_{lcd} = 0,60 f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{lcd} = (0,90 - f_{ck}/200) f_{cd} \geq 0,50 f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$$

- K** Coeficiente que depende del esfuerzo axial definido en el punto 44.2.3.1.
- $\alpha$**  0,60 si hay estribos únicamente a lo largo del perímetro exterior de la pieza;  
0,75 si se colocan estribos cerrados en ambas caras de la pared de la sección hueca equivalente o de la sección hueca real.
- $\theta$**  Ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza. Para su obtención pueden utilizarse las expresiones del artículo 44°. En cualquier caso, se adoptará un valor coherente con el adoptado para la comprobación frente a ELU de agotamiento frente a cortante, que cumpla:

$$0,50 \leq \cotg \theta \leq 2,00$$

- $A_e$**  Área encerrada por la línea media de la sección hueca eficaz de cálculo (figura 45.2.1).

#### 45.2.2.2. Obtención de $T_{u2}$

El esfuerzo torsor que pueden resistir las armaduras transversales viene dado por:

$$T_{u2} = \frac{2 A_e A_t}{s_t} f_{y,t,d} \cotg \theta$$

donde:

- $A_t$**  Área de las armaduras utilizadas como cercos o armadura transversal.
- $s_t$**  Separación longitudinal entre cercos o barras de la armadura transversal.
- $f_{y,t,d}$**  Resistencia de cálculo del acero de la armadura  $A_t$  (apartado 40.2).

- Para armaduras pasivas:  $f_{y,t,d} = \sigma_{sd}$
- Para armaduras activas:  $f_{y,t,d} = \sigma_{pd}$

#### 45.2.2.3. Obtención de $T_{u3}$

El esfuerzo torsor que pueden resistir las armaduras longitudinales se puede calcular mediante:

$$T_{u3} = \frac{2 A_e}{u_e} A_l f_{y,l,d} \tg \theta$$

donde:

- $A_l$**  Área de las armaduras longitudinales.
- $f_{y,l,d}$**  Resistencia de cálculo del acero de la armadura longitudinal  $A_l$  (apartado 40.2).

- Para armaduras pasivas:  $f_{y,l,d} = \sigma_{sd}$
- Para armaduras activas:  $f_{y,l,d} = \sigma_{pd}$

- $u_e$**  Perímetro de la línea media de la sección hueca eficaz de cálculo  $A_e$  (figura 45.2.1).

#### 45.2.2.4. Alabeo producido por la torsión

En general pueden ignorarse en el cálculo de las piezas lineales de hormigón las tensiones producidas por la coacción del alabeo torsional.

#### 45.2.3. Disposiciones relativas a las armaduras

La separación longitudinal entre cercos de torsión  $s_t$  no excederá de

$$s_t \leq \frac{u_e}{8}$$

y deberá cumplir las condiciones siguientes para asegurar un adecuado confinamiento del hormigón sometido a compresión oblicua:

$$\begin{aligned} s_t &\leq 0,75 a (1 + \cotg \alpha) \leq a \neq 600 \text{ mm} & \text{si } T_d &\leq \frac{1}{5} T_{ul} \\ s_t &\leq 0,60 a (1 + \cotg \alpha) \leq a \neq 450 \text{ mm} & \text{si } \frac{1}{5} T_{ul} < T_d \leq \frac{2}{3} T_{ul} \\ s_t &\leq 0,30 a (1 + \cotg \alpha) \leq a \neq 300 \text{ mm} & \text{si } T_d > \frac{2}{3} T_{ul} \end{aligned}$$

siendo  $a$  la menor dimensión de los lados que conforman el perímetro  $u_e$ .

### 45.3. Interacción entre torsión y otros esfuerzos

#### 45.3.1. Método general

Se utilizará el mismo procedimiento que en torsión pura (45.2.1) para definir una sección hueca eficaz de cálculo. Las tensiones normales y tangenciales producidas por los esfuerzos actuantes sobre esta sección se calculan a través de los métodos elásticos o plásticos convencionales.

Una vez halladas las tensiones, las armaduras necesarias en cualquier pared de la sección hueca eficaz de cálculo pueden determinarse mediante las fórmulas de distribución de tensión plana. También puede determinarse la tensión principal de compresión en el hormigón. Si las armaduras deducidas de este modo no fueran factibles o convenientes, pueden cambiarse en alguna zona las tensiones deducidas por un sistema de fuerzas estáticamente equivalentes y emplear éstas en el armado. Deberán, en este caso, comprobarse las consecuencias que dicho cambio provoca en las zonas singulares como huecos o extremos de las vigas.

Las tensiones principales de compresión  $\sigma_{cd}$  deducidas en el hormigón, en las distintas paredes de la sección hueca eficaz de cálculo, deben cumplir:

$$\sigma_{cd} \leq 2\alpha f_{1cd}$$

donde  $\alpha$  y  $f_{1cd}$  son los definidos en 45.2.2.1. y 40.3, respectivamente.

### 45.3.2. Métodos simplificados

#### 45.3.2.1. Torsión combinada con flexión y axil

Las armaduras longitudinales necesarias para torsión y flexocompresión o flexotracción se calcularán por separado suponiendo la actuación de ambos tipos de esfuerzo de forma independiente. Las armaduras así calculadas se combinarán de acuerdo con las siguientes reglas:

- En la zona traccionada debida a la flexión compuesta, las armaduras longitudinales por torsión se sumarán a las necesarias por flexión y esfuerzo axil.
- En la zona comprimida debido a la flexión compuesta, cuando la tracción generada exclusivamente por el esfuerzo torsor sea mayor que el esfuerzo de compresión que actúa en esta zona debido a la flexión compuesta, se dispondrá una armadura longitudinal capaz de resistir esta diferencia. En caso contrario, debe verificarse si es necesario disponer una armadura longitudinal comprimida cuya cuantía se puede determinar mediante la siguiente expresión

$$\rho_l \cdot f_{yd} = \sigma_{md} - \alpha \cdot f_{cd} \cdot \left[ 0.5 + \sqrt{0.25 - \left( \frac{\tau}{\alpha \cdot f_{cd}} \right)^2} \right] \geq 0$$

en la que:

$\rho_L$       Cuantía de armadura longitudinal por unidad de longitud a añadir en la zona de compresión de la sección hueca eficaz por efecto del momento torsor

$$\rho_L = \frac{\Delta A'_s}{s h_e}$$

$\sigma_{md}$       Tensión de compresión media del hormigón que existe en la zona comprimida de la sección hueca eficaz debido a la actuación de los esfuerzos de flexión y axil de cálculo ( $M_d$ ,  $N_d$ ) concomitantes con el esfuerzo torsor de cálculo ( $T_d$ )

$\tau$           Tensión tangencial debida al torsor:

$$\tau = \frac{T}{2 \cdot A_e \cdot h_e}$$

Se adoptará para la resistencia de cálculo del acero un valor no superior a 400 N/mm<sup>2</sup>.

En cualquier caso, se verificará que  $T_d \leq T_{d1}$  conforme al punto 45.2.2.1

### 45.3.2.2. Torsión combinada con cortante

Los esfuerzos torsores y cortantes de cálculo concomitantes deberán satisfacer la siguiente condición para asegurar que no se producen compresiones excesivas en el hormigón:

$$\left( \frac{T_d}{T_{ul}} \right)^\beta + \left( \frac{V_{rd}}{V_{ul}} \right)^\beta \leq 1$$

donde:

$$\beta = 2 \left( 1 - \frac{h_e}{b} \right)$$

*b* Anchura del elemento, igual a la anchura total para sección maciza y a la suma de las anchuras de las almas para sección cajón.

Los cálculos para el dimensionamiento de los estribos se realizarán de forma independiente, para la torsión de acuerdo con 45.2.2.2 y para el cortante con 44.2.3.2.2. En ambos cálculos se utilizará el mismo ángulo  $\theta$  para las bielas de compresión. Las armaduras así calculadas se sumarán teniendo en cuenta que las de torsión deben disponerse en el perímetro exterior de la sección, lo cual no es preceptivo con las de cortante.

En el caso de un forjado unidireccional constituido por losas alveolares pretensadas, si la sección está sujeta a esfuerzos cortantes y torsores concomitantes, la capacidad a cortante  $V_{u2n}$  debe calcularse a partir de:

$$V_{u2n} = V_{u2} - V_{Td}$$

con

$$V_{Td} = \frac{T_d}{2b_w} \cdot \frac{\Sigma b_w}{b - b_w}$$

siendo:

- $V_{u2n}$  Valor neto de la resistencia a cortante
- $V_{u2}$  Resistencia a cortante según el punto 44.2.3.2.
- $V_{Td}$  Incremento de cortante producido por el momento torsor
- $T_d$  Momento torsor de cálculo en la sección analizada
- $b_w$  Ancho del alma exterior al nivel del centro de gravedad (véase Figura 45.3.2.2)

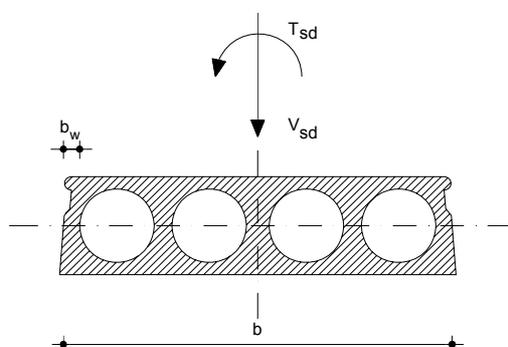


Figura 45.3.2.2. Esfuerzo cortante y torsor o cortante excéntrico

## Artículo 46º Estado Límite de Agotamiento frente a punzonamiento

### 46.1. Consideraciones generales

La resistencia frente a los efectos transversales producidos por cargas o reacciones concentradas actuando en losas sin armadura transversal se comprueba utilizando una tensión tangencial nominal en una superficie crítica concéntrica a la zona cargada.

### 46.2. Superficie crítica de punzonamiento

La superficie o área crítica se define a una distancia igual a  $2d$  desde el perímetro del área cargada o del soporte, siendo  $d$  el canto útil de la losa, calculado como la semisuma de los cantos útiles correspondientes a las armaduras en dos direcciones ortogonales

El área crítica se calcula como producto del perímetro crítico  $u_1$  por el canto útil  $d$ . La determinación del perímetro crítico  $u_1$  se realiza según las figuras 46.2.a, 46.2.b y 46.2.c para soportes interiores, de borde o de esquina respectivamente.

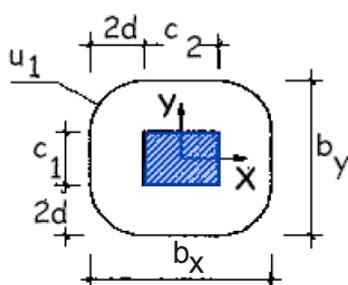


Figura 46.2.a

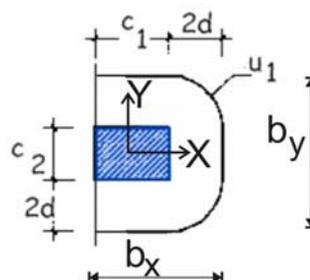


Figura 46.2.b

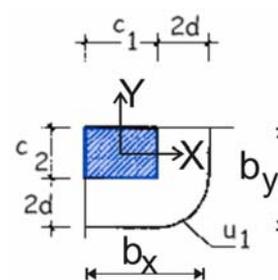


Figura 46.2.c

En otros soportes o áreas cargadas el perímetro crítico se determina a partir de su línea envolvente, según la figura 46.2.d. En el caso de que existan en la placa aberturas, huecos o aligeramientos (tales como bovedillas o casetones) situados a una distancia menor que  $6d$ , se eliminará de  $u_1$  la zona comprendida entre las tangentes al hueco trazadas desde el centro de gravedad del pilar o área cargada, según la figura 46.2.e.

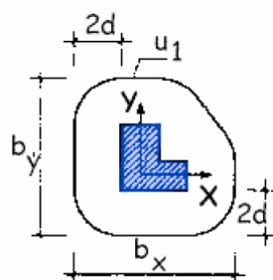


Figura 46.2.d

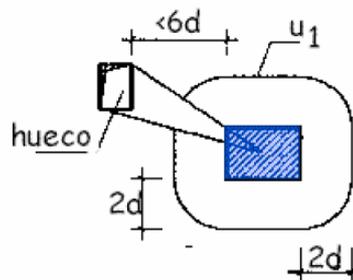


Figura 46.2.e

### 46.3. Losas sin armadura de punzonamiento



No será necesaria armadura de punzonamiento si se verifica la siguiente condición:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd}$$

donde:

$\tau_{sd}$  Tensión tangencial nominal de cálculo en el perímetro crítico.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd,ef}}{u_1 d}$$

$F_{sd,ef}$  Esfuerzo efectivo de punzonamiento de cálculo, teniendo en cuenta el efecto del momento transferido entre losa y soporte.

$$F_{sd,ef} = \beta F_{sd}$$

$\beta$  Coeficiente que tiene en cuenta los efectos de excentricidad de la carga. Cuando no existen momentos transferidos entre losa y soporte toma el valor 1,00. Simplificadamente, cuando existen momentos transferidos entre losa y soporte,  $\beta$  puede tomarse igual a 1,15 en soportes interiores, 1,40 en soportes de borde y 1,50 en soportes de esquina.

$F_{sd}$  Esfuerzo de punzonamiento de cálculo. Se obtendrá como la reacción del soporte, pudiendo descontarse las cargas exteriores y las fuerzas equivalentes de pretensado de sentido opuesto a dicha reacción, que actúan dentro del perímetro situado a una distancia  $h/2$  de la sección del soporte o área cargada.

$u_1$  Perímetro crítico definido en las figuras 46.2.a, 46.2.b, 46.2.c, 46.2.d, 46.2.e.

$d$  Canto útil de la losa.

$\tau_{rd}$  Tensión máxima resistente en el perímetro crítico:

$$\tau_{rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l f_{cv})^{1/3} + 0,1 \cdot \sigma'_{cd}$$

con un valor mínimo de

$$\tau_{rd} = \frac{0,075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0,1 \cdot \sigma'_{cd}$$

$f_{cv}$  Resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm<sup>2</sup> de valor  $f_{cv} = f_{ck}$  con  $f_{cv}$  no mayor que 15 N/mm<sup>2</sup> en el caso de control reducido del hormigón, siendo  $f_{ck}$  la resistencia a compresión del hormigón, que a efecto de este apartado no se considerará superior a 60 N/mm<sup>2</sup>.

$\rho_l$  Cuantía geométrica de armadura longitudinal principal de tracción de la losa, incluida la armadura activa si es adherente, calculada mediante:

$$\rho_l = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02$$

siendo  $\rho_x$  y  $\rho_y$  las cuantías en dos direcciones perpendiculares. En cada dirección la

cuantía a considerar es la existente en un ancho igual a la dimensión del soporte más  $3d$  a cada lado del soporte o hasta el borde de la losa, si se trata de un soporte de borde o esquina.

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{con } d \text{ en mm.}$$

$\sigma'_{cd}$  Tensión axial media en la superficie crítica de comprobación (compresión positiva). Se calculará como media de las tensiones en las dos direcciones  $\sigma'_{cdx}$  y  $\sigma'_{cdy}$ .

$$\sigma'_{cd} = \frac{(\sigma'_{cdx} + \sigma'_{cdy})}{2} < 0,30 \cdot f_{cd} \neq 12 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma'_{cdx} = \frac{N_{d,x}}{A_x} ; \sigma'_{cdy} = \frac{N_{d,y}}{A_y}$$

Cuando  $\sigma'_{cd}$  procede del pretensado, ésta deberá evaluarse teniendo en cuenta la fuerza de pretensado que realmente llega al perímetro crítico, considerando las coacciones introducidas a la deformación de la losa por los elementos verticales.

$N_{d,x}, N_{d,y}$  Fuerzas longitudinales en la superficie crítica, procedentes de una carga o del pretensado.

$A_x, A_y$  Superficies definidas por los lados  $b_x$  y  $b_y$  de acuerdo al apartado 46.2.

$$A_x = b_x \cdot h \quad \text{y} \quad A_y = b_y \cdot h$$

#### 46.4. Losas con armadura de punzonamiento

Cuando resulta necesaria armadura de punzonamiento deben realizarse tres comprobaciones: en la zona con armadura transversal, según 46.4.1, en la zona exterior a la armadura de punzonamiento, según 46.4.2, y en la zona adyacente al soporte o carga, según 46.4.3.

##### 46.4.1. Zona con armadura transversal de punzonamiento

En la zona con armadura de punzonamiento se dispondrán estribos verticales o barras levantadas un ángulo  $\alpha$ , que se calcularán de forma que se satisfaga la ecuación siguiente:

$$\tau_{sd} \leq 0,75\tau_{rd} + 1,5 \cdot \frac{A_{sw} f_{y\alpha,d} \text{sen } \alpha}{s \cdot u_1}$$

donde:

$\tau_{sd}$  Tensión tangencial nominal de cálculo según 46.3.

$\tau_{rd}$  Tensión máxima resistente en el perímetro crítico obtenida con la expresión de 46.3, pero considerando el valor real de  $f_{ck}$ .

- $A_{sw}$  Área total de armadura de punzonamiento en un perímetro concéntrico al soporte o área cargada, en  $\text{mm}^2$ .
- $s$  Distancia en dirección radial entre dos perímetros concéntricos de armadura. (figura 46.5.a), en mm o entre el perímetro y la cara del soporte, si sólo hay uno.
- $f_{y\alpha,d}$  Resistencia de cálculo de la armadura  $A_\alpha$  en  $\text{N/mm}^2$ , no mayor que  $400 \text{ N/mm}^2$ .

#### 46.4.2.Zona exterior a la armadura de punzonamiento

En la zona exterior a la armadura de punzonamiento es necesario comprobar que no se requiere dicha armadura.

$$F_{sd,ef} \leq \left( \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_\ell f_{ck})^{1/3} + 0,1 \sigma'_{cd} \right) u_{n,ef} \cdot d$$

donde:

- $u_{n,ef}$  Perímetro definido en la figura 46.5.1.
- $\rho_\ell$  Cuantía geométrica de armadura longitudinal que atraviesa el perímetro  $u_{n,ef}$  calculada como se indica en 46.3.
- $f_{ck}$  Resistencia a compresión del hormigón en  $\text{N/mm}^2$ . A efectos de cálculo no se adoptará un valor superior a  $60 \text{ N/mm}^2$ .
- $\sigma'_{cd}$  tensión axial media en el perímetro  $u_{n,ef}$ , calculada de la misma forma que en 46.3, adoptando para  $N_{dx}$ ,  $N_{dy}$  el valor de las fuerzas longitudinales en dicho perímetro procedentes de una carga o del pretensado.
- $A_x$ ,  $A_y$  Superficies definidas por los lados  $b_x$  y  $b_y$  de acuerdo a la figura 46.5.a:

$$A_x = b_x \cdot h \quad y \quad A_y = b_y \cdot h$$

A la distancia en la que se comprueba esta condición se supone que el efecto del momento transferido entre soporte y losa por tensiones tangenciales ha desaparecido, por lo que  $F_{sd,ef}$  se computará con  $\beta = 1$  según el apartado 46.3.

#### 46.4.3.Zona adyacente al soporte o carga

Debe comprobarse que el esfuerzo máximo de punzonamiento cumple la limitación:

$$\frac{F_{sd,ef}}{u_0 d} \leq 0,5 f_{1cd}$$

donde:

- $f_{1cd}$  Resistencia a compresión del hormigón

$$f_{1cd} = 0,60 f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{1cd} = (0,90 - f_{ck}/200) f_{cd} \geq 0,50 f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$$

- $u_0$  Perímetro de comprobación (figura 46.4.3):
- En soportes interiores,  $u_0$  es el perímetro de la sección transversal del soporte.
  - Para soportes de borde:

$$u_0 = c_1 + 3d \leq c_1 + 2c_2$$

donde  $c_1$  y  $c_2$  son las dimensiones del soporte.

- Para soportes de esquina:

$$u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$$

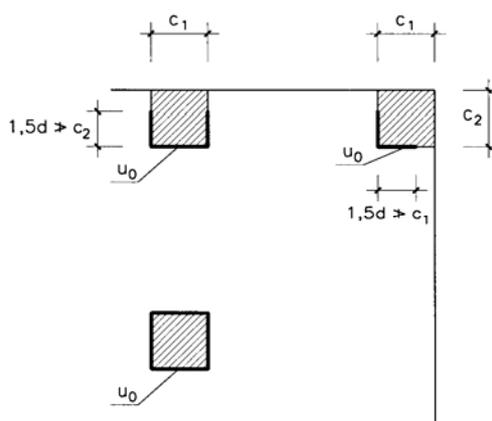


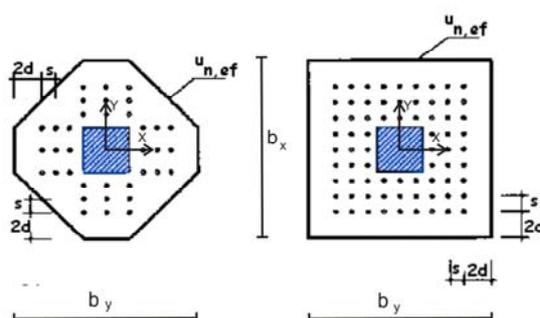
Figura 46.4.3. Perímetro crítico  $u_0$

Para el cálculo de  $F_{sd,ef}$  a partir de  $F_{sd}$ , se adoptarán los valores de  $\beta$  establecidos en 46.3.

#### 46.5. Disposiciones relativas a las armaduras

La armadura de punzonamiento debe definirse de acuerdo con los siguientes criterios:

- La armadura de punzonamiento estará constituida por cercos, horquillas verticales o barras dobladas.
- Las disposiciones constructivas en planta deberán cumplir las especificaciones de la figura 46.5.a.
- Las disposiciones constructivas en alzado deberán cumplir las especificaciones de la figura 46.5.b.
- La armadura de punzonamiento debe anclarse a partir del centro de gravedad del bloque comprimido y por debajo de la armadura longitudinal de tracción. El anclaje de la armadura de punzonamiento debe estudiarse cuidadosamente, sobre todo en losas de poco espesor.



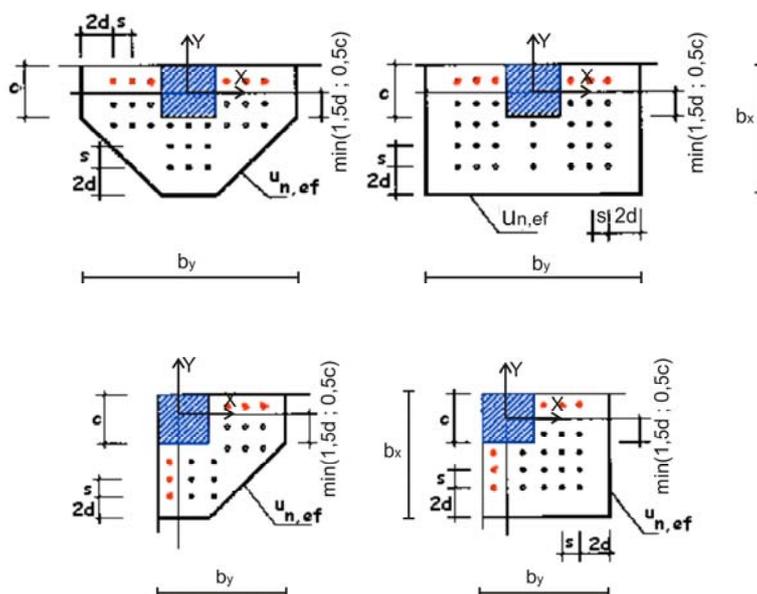


Figura 46.5 a. Planta de tipos de armado de punzonamiento. En tono más oscuro, armadura necesaria. En tono más claro, armadura adicional

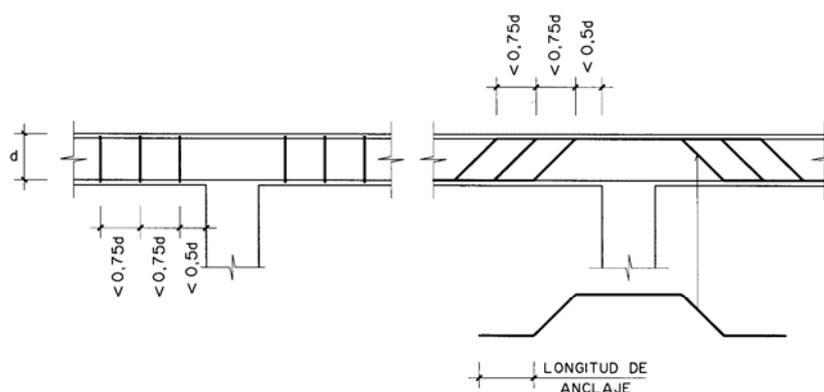


Figura 46.5.b. Alzado de tipos de armado de punzonamiento

## Artículo 47.º Estado Límite de Agotamiento por esfuerzo rasante en juntas entre hormigones

### 47.1. Generalidades

El Estado Límite que se trata en este Artículo es el debido al esfuerzo rasante producido por la sollicitación tangencial a la que se ve sometida una junta entre hormigones.

La tensión rasante de cálculo  $\tau_{r,d}$  será evaluada en base a la variación de la resultante de los bloques de tensiones normales a lo largo de la pieza, en tracción  $\Delta T$  ó en compresión

$\Delta C$ . Se calculará esta variación a lo largo de la pieza en tramos de longitud correspondientes a un canto útil, a la altura de la superficie de contacto. Para obtener la tensión rasante de cálculo la variación de la resultante de los bloques ( $\Delta C$  ó  $\Delta T$ ) se distribuirá uniformemente en la superficie de contacto correspondiente al perímetro  $p$  y a una longitud igual al canto útil de la pieza  $d$ :

$$\tau_{r,d} = \frac{\Delta C \text{ ó } \Delta T}{p d}$$

En piezas pretensadas se tomará como longitud de cálculo el mayor valor entre  $d$  y  $0.8 \cdot h$ .

#### **47.2. Resistencia a esfuerzo rasante en juntas entre hormigones**

La comprobación del estado límite último a esfuerzo rasante se realizará comprobando que:

$$\tau_{r,d} \leq \tau_{r,u}$$

siendo:

$\tau_{r,u}$  Tensión rasante de agotamiento correspondiente al estado límite último de resistencia a esfuerzo rasante según se indica a continuación, supuesto que el espesor medio mínimo del hormigón a cada lado de la junta de 50 mm, medido normalmente al plano de la junta, pudiéndose llegar localmente a un espesor mínimo de 30 mm.

##### **47.2.1. Secciones sin armadura transversal**

La tensión rasante de agotamiento  $\tau_{r,u}$  tiene como valor

$$\tau_{r,u} = \beta \left( 1,30 - 0,30 \frac{f_{ck}}{25} \right) f_{ctd} \leq 0,70 \beta f_{ctd}$$

donde:

$\beta$  Factor que adopta los siguientes valores:



	0,80	en superficies de contacto rugosas de secciones compuestas en las que existe una imbricación tal que se impide el cabalgamiento de una de las partes de la sección compuesta sobre la otra, tales como las configuraciones en cola de milano, y siempre que la superficie quede abierta y rugosa tal y como se obtiene en la fabricación de viguetas con máquina ponedora.
	0,40	en superficies intencionadamente rugosas, con rugosidad alta.
	0,20	en superficies no intencionadamente rugosas, con rugosidad baja.
$f_{ck}$		Resistencia característica a compresión del hormigón más débil de la junta.
$f_{ct,d}$		Resistencia de cálculo a tracción del hormigón más débil de la junta.

Bajo sollicitaciones de fatiga o de tipo dinámico los valores correspondientes a la contribución por cohesión entre hormigones  $\beta (1,30 - 0,30 f_{ck}/25) f_{ct,d}$  se reducirán en un 50%.

Cuando existan tracciones normales a la superficie de contacto (por ejemplo, cargas colgadas en la cara inferior de una viga compuesta) la contribución por cohesión entre hormigones se considerará nula ( $\beta f_{ct,d} = 0$ ).

#### 47.2.2. Secciones con armadura transversal

##### 47.2.2.1. Secciones con $\tau_{r,d} \leq 2,5\beta \left(1,30 - 0,30 \frac{f_{ck}}{25}\right) f_{ct,d}$

La tensión rasante de agotamiento  $\tau_{r,u}$  tiene como valor

$$\tau_{r,u} = \beta \left(1,30 - 0,30 \frac{f_{ck}}{25}\right) f_{ct,d} + \left( \frac{A_{st}}{sp} f_{y\alpha,d} (\mu \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha) + \mu \sigma_{cd} \right) \leq 0,25 f_{cd}$$

donde:

$f_{ck}$	Resistencia característica a compresión del hormigón más débil de la junta.
$f_{ct,d}$	Resistencia de cálculo a tracción del hormigón más débil de la junta.
$A_{st}$	Sección de las barras de acero, eficazmente ancladas, que cosen la junta.
$s$	Separación de las barras de cosido según el plano de la junta.
$p$	Superficie de contacto por unidad de longitud. No se extenderá a zonas donde el ancho de paso sea inferior a 20 mm o al diámetro máximo del árido, o con un recubrimiento inferior a 30 mm.
$f_{y\alpha,d}$	Resistencia de cálculo de las armaduras transversales en $\text{N/mm}^2$ ( $\neq 400 \text{N/mm}^2$ ).
$\alpha$	Ángulo formado por las barras de cosido con el plano de la junta. No se dispondrán armaduras con $\alpha > 135^\circ$ ó $\alpha < 45^\circ$ .
$\sigma_{cd}$	Tensión externa de cálculo normal al plano de la junta. $\sigma_{cd} > 0$ para tensiones de compresión. (Si $\sigma_{cd} < 0$ , $\beta f_{ct,d} = 0$ )

Los valores de  $\beta$  y  $\mu$  se definen en la tabla 47.2.2.2

Bajo sollicitaciones de fatiga o de tipo dinámico los valores correspondientes a la contribución por cohesión entre hormigones  $\beta (1,30 - 0,30 f_{ck}/25) f_{ct,d}$  se reducirán en un 50%.

Cuando existan tracciones normales a la superficie de contacto (por ejemplo, cargas colgadas en la cara inferior de una viga compuesta) la contribución por cohesión entre

hormigones se considerará nula ( $\beta f_{ct,d}=0$ ).

**47.2.2.2. Secciones con  $\tau_{r,d} > 2,5\beta\left(1,30 - 0,30\frac{f_{ck}}{25}\right)f_{ctd}$**

La tensión rasante de agotamiento  $\tau_{r,u}$  tiene como valor

$$\tau_{r,u} = \left( \frac{A_{st}}{sp} f_{y\alpha,d} (\mu \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha) + \mu \sigma_{cd} \right) \leq 0,25 f_{cd}$$

Tabla 47.2.2.2  
Valores de los coeficientes  $\beta$  y  $\mu$  en función del tipo de superficie

		Tipo de superficie	
		Rugosidad baja	Rugosidad alta
$\beta$		0,2	0,8
$\mu$	$\tau_{r,d} \leq 2,5\beta\left(1,30 - 0,30\frac{f_{ck}}{25}\right)f_{ctd}$	0,3	0,6
	$\tau_{r,d} > 2,5\beta\left(1,30 - 0,30\frac{f_{ck}}{25}\right)f_{ctd}$	0,6	0,9

La contribución de la armadura de cosido a la resistencia a rasante de la junta, en la sección de estudio, sólo será contabilizada si la cuantía geométrica de armadura transversal cumple:

$$\frac{A_{st}}{sp} \geq 0,001$$

### 47.3. Disposiciones relativas a las armaduras

Se define junta frágil como aquella cuya cuantía geométrica de armadura de cosido es inferior al valor dado en apartado 47.2 para poder contabilizar la contribución de la armadura de cosido, y junta dúctil como aquella en la que la cuantía de armadura de cosido es superior a este valor.

En las juntas frágiles la distribución de la armadura de cosido debe hacerse proporcional a la ley de esfuerzos cortantes. En las juntas dúctiles se puede asumir la hipótesis de redistribución de tensiones a lo largo de la junta, aunque se aconseja también distribuir la armadura de cosido proporcionalmente a la ley de esfuerzos cortantes.

En el caso de piezas solicitadas a cargas dinámicas significativas, se dispondrá siempre armadura transversal de cosido en los voladizos y en los cuartos extremos de la luz.

La separación entre armaduras transversales que cosen la superficie de contacto no será superior al menor de los valores siguientes:

- canto de la sección compuesta.
- cuatro veces la menor dimensión de las piezas que une la junta.
- 60 cm.

Las armaduras de cosido de la superficie de contacto deben quedar adecuadamente ancladas por ambos lados a partir de la junta.



## **Artículo 48.º Estado Límite de Fatiga**

### **48.1. Principios**

En los elementos estructurales sometidos a acciones variables repetidas significativas puede ser necesario comprobar que el efecto de dichas acciones no compromete su seguridad durante el período de servicio previsto.

La seguridad de un elemento o detalle estructural frente a la fatiga queda asegurada si se cumple la condición general establecida en 8.1.2. La comprobación debe ser efectuada por separado para el hormigón y el acero.

En estructuras normales generalmente no suele ser necesaria la comprobación de este Estado Límite.

### **48.2. Comprobaciones a realizar**

#### **48.2.1. Hormigón**

A los efectos de fatiga se limitarán los valores máximos de tensión de compresión, producidos, tanto por tensiones normales como por tensiones tangenciales (bielas comprimidas), debidas a las cargas permanentes y sobrecargas que producen fatiga.

Para elementos sometidos a cortante sin armadura transversal, se limitará asimismo la capacidad resistente debida al efecto de la fatiga.

Los valores máximos de tensiones de compresión y de capacidad resistente a cortante se definirán de acuerdo con la experimentación existente o, en su caso, con los criterios contrastados planteados en la bibliografía técnica.

#### **48.2.2. Armaduras activas y pasivas**

En ausencia de criterios más rigurosos, basados, por ejemplo, en la teoría de mecánica de fractura, la máxima variación de tensión,  $\Delta\sigma_{sf}$ , debida a las sobrecargas que producen fatiga (13.2), deberá ser inferior que el límite de fatiga,  $\Delta\sigma_d$ , definido en 38.10.

$$\Delta\sigma_{sf} \leq \Delta\sigma_d$$